

PEMODELAN MATEMATIKA DALAM KONTEKS PEMECAHAN MASALAH

Prof. Dr. Toto Nusantara, M.Si.

Guru Besar FMIPA Universitas Negeri Malang

PENDAHULUAN

Perkembangan teknologi ke arah serba digital saat ini semakin pesat. Pada era digital seperti ini, manusia secara umum memiliki gaya hidup baru yang tidak bisa dilepaskan dari perangkat yang serba elektronik. Teknologi menjadi alat yang mampu membantu sebagian besar kebutuhan manusia. Teknologi telah dapat digunakan oleh manusia untuk mempermudah melakukan apapun tugas dan pekerjaan. Peran penting teknologi inilah yang membawa peradaban manusia memasuki era digital (Setiawan, 2017) sehingga terjadi pergeseran tatanan kehidupan (ekonomi, sosial, psikologi, dan lain-lain).

Dalam dua dekade terakhir, pemodelan matematika semakin dipandang sebagai pendekatan pendidikan untuk pendidikan matematika dari tingkat dasar hingga pendidikan tinggi. Dalam pengaturan pendidikan, pemodelan matematika telah dianggap sebagai cara untuk meningkatkan kemampuan siswa dalam memecahkan masalah dalam kehidupan nyata (Gravemeijer & Stephan, 2002; Lesh & Doerr, 2003a). Dalam beberapa tahun terakhir, banyak penelitian telah dilakukan pada pemodelan di berbagai tingkat pendidikan (misalnya, Delice & Kertil, 2014; Kertil, 2008), dan lebih banyak penekanan telah diberikan pada pemodelan matematika dalam kurikulum sekolah (Departemen Pendidikan [DFE], 1997 ; Dewan Nasional Guru Matematika [NCTM], 1989, 2000; Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı [TTKB], 2011, 2013). Istilah "pemodelan" memiliki berbagai arti (Kaiser, Blomhoj, & Sriraman, 2006; Niss, Blum, & Galbraith, 2007).

Penting bagi pembaca yang ingin belajar modeling untuk menyadari perbedaan ini. Oleh karena itu, tujuan dari penelitian ini ada dua: (i) Menyajikan konsep dasar dan masalah yang berkaitan dengan pemodelan matematika dalam pendidikan matematika dan (ii) membahas dua pendekatan utama dalam pemodelan, yaitu "pemodelan untuk pembelajaran matematika" dan "pembelajaran matematika". untuk pemodelan. " Informasi latar belakang berikut sangat penting untuk memahami karakterisasi pemodelan, latar belakang teoretisnya, dan sifat masalah pemodelan.

Pemodelan Matematika dan Konsep Dasar Model dan Model Matematika

Menurut Lesh dan Doerr (2003a), model terdiri dari kedua sistem konseptual dalam pikiran peserta didik dan sistem notasi eksternal dari sistem ini (misalnya, ide, representasi, aturan, dan materi). Sebuah model digunakan untuk memahami dan menafsirkan sistem yang kompleks di alam. Lehrer dan Schauble (2003) menggambarkan model sebagai upaya untuk membangun analogi antara sistem yang tidak dikenal dan sistem yang sebelumnya dikenal atau akrab. Karenanya, orang memahami situasi kehidupan nyata dan menafsirkannya dengan menggunakan model. Lehrer dan Schauble (2007) menggambarkan proses ini sebagai pemikiran berbasis model dan menekankan sifat perkembangannya. Mereka juga mencirikan tingkat pemikiran berbasis model sebagai hierarki. Model matematika fokus pada fitur struktural dan prinsip fungsional objek atau situasi dalam kehidupan nyata (Lehrer & Schauble, 2003, 2007; Lesh & Doerr, 2003a). Dalam hierarki Lehrer dan Schauble, model matematika tidak menyertakan semua fitur situasi kehidupan nyata untuk dimodelkan. Juga, model matematika terdiri dari berbagai representasi, operasi, dan hubungan, bukan hanya satu, untuk membantu memahami situasi kehidupan nyata (Lehrer & Schauble, 2003).

Model Matematika dan Bahan

Dalam pendidikan dasar, istilah model dan pemodelan matematika biasanya disediakan untuk bahan beton (Lesh, Cramer, Doerr, Post, & Zawojewski, 2003). Meskipun penggunaan bahan konkrit berguna untuk membantu anak mengembangkan pemikiran matematis yang abstrak, menurut Dienes (1960) (seperti dikutip dalam Lesh et al., 2003), dalam penelitian ini, pemodelan matematika digunakan untuk mengacu pada suatu cara yang lebih komprehensif dan dinamis. proses dari sekedar penggunaan bahan beton. Pemodelan Matematika: Haines dan Crouch (2007) mencirikan pemodelan matematika sebagai proses siklus di mana masalah kehidupan nyata diterjemahkan ke dalam bahasa matematika, diselesaikan dalam sistem simbolik, dan solusi diuji kembali dalam sistem kehidupan nyata. Menurut Verschaffel, Greer, dan De Corte (2002), pemodelan matematika adalah proses di mana situasi dan hubungan kehidupan nyata dalam situasi tersebut diekspresikan dengan menggunakan matematika. Kedua perspektif tersebut menekankan untuk melampaui karakteristik fisik dari situasi kehidupan nyata untuk memeriksa fitur strukturalnya melalui matematika. Lesh dan Doerr (2003a) menggambarkan pemodelan matematika sebagai proses di mana sistem dan model konseptual yang ada digunakan untuk membuat dan mengembangkan model baru dalam konteks baru. Dengan demikian, model adalah produk dan pemodelan adalah proses menciptakan model situasi fisik, simbolik, atau abstrak (Sriraman, 2006). Serupa dengan itu, Gravemeijer dan Stephan (2002) menyatakan bahwa pemodelan matematika tidak terbatas pada

pengungkapan situasi kehidupan nyata dalam bahasa matematika dengan menggunakan model yang telah ditentukan. Ini melibatkan mengaitkan fenomena dalam situasi dengan konsep dan perwakilan matematika.

Pemodelan Matematika

Haines dan Crouch (2007) mencirikan pemodelan matematika sebagai proses siklus di mana masalah kehidupan nyata diterjemahkan ke dalam bahasa matematika, diselesaikan dalam sistem simbolik, dan solusi diuji kembali dalam sistem kehidupan nyata. Menurut Verschaffel, Greer, dan De Corte (2002), pemodelan matematika adalah proses di mana situasi dan hubungan kehidupan nyata dalam situasi tersebut diekspresikan dengan menggunakan matematika. Kedua perspektif tersebut menekankan untuk melampaui karakteristik fisik dari situasi kehidupan nyata untuk memeriksa fitur strukturalnya melalui matematika. Lesh dan Doerr (2003a) menggambarkan pemodelan matematika sebagai proses di mana sistem dan model konseptual yang ada digunakan untuk membuat dan mengembangkan model baru dalam konteks baru. Dengan demikian, model adalah produk dan pemodelan adalah proses menciptakan model situasi fisik, simbolik, atau abstrak (Sriraman, 2006). Serupa dengan itu, Gravemeijer dan Stephan (2002) menyatakan bahwa pemodelan matematika tidak terbatas pada pengungkapan situasi kehidupan nyata dalam bahasa matematika dengan menggunakan model yang telah ditentukan. Ini melibatkan fenomena asosiasi dalam situasi dengan konsep matematika dan representasi dengan menafsirkannya kembali. Untuk dapat mengekspresikan situasi kehidupan nyata dalam bahasa matematika secara efektif, siswa harus memiliki kemampuan matematika tingkat tinggi yang lebih dari sekedar keterampilan komputasi dan aritmatika, seperti penalaran spasial, interpretasi, dan estimasi (Lehrer & Schauble, 2003).

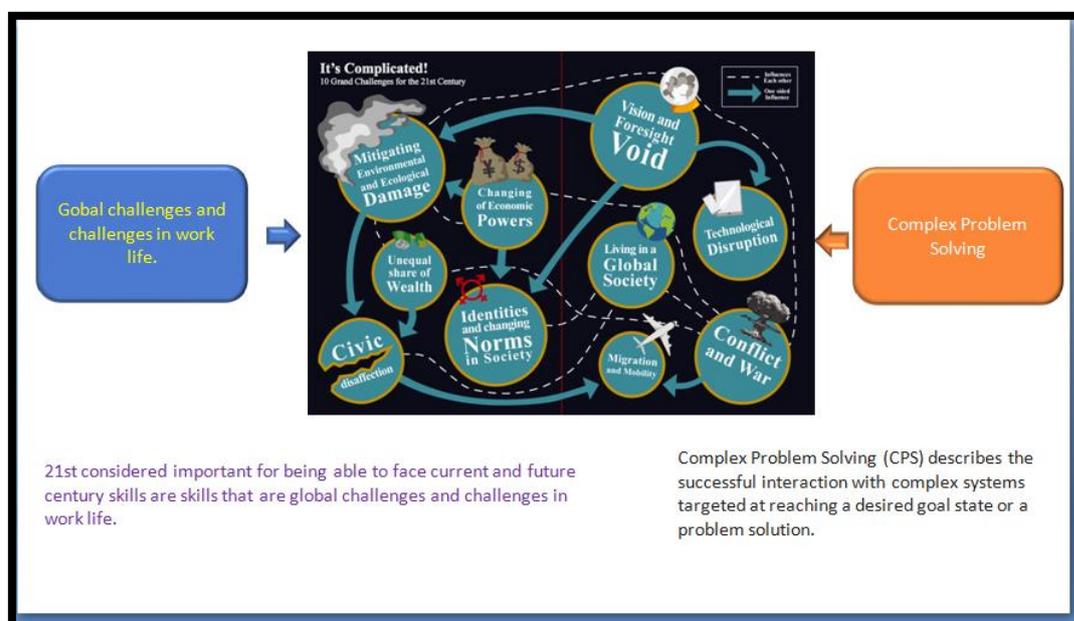
Proses Pemodelan Matematika

Tidak ada prosedur ketat dalam pemodelan matematika untuk mencapai solusi dengan menggunakan informasi yang diberikan (Blum & Niss, 1991; Crouch & Haines, 2004; Lesh & Doerr; 2003a). Peneliti setuju bahwa pemodelan adalah proses siklus yang mencakup beberapa siklus (Haines & Crouch, 2007; Lehrer & Schauble, 2003; Zbiek & Conner, 2006). Dalam literatur, berbagai referensi visual mendeskripsikan tahapan sifat siklik dari proses pemodelan (Borromeo Ferri, 2006; Hidroğlu & Bukova Güzel, 2013; Lingefjard, 2002b, NCTM, 1989). Sebagai contoh, proses pemodelan dijelaskan dalam dokumen Standar sebelumnya oleh NCTM (1989, p. 138) menekankan bahwa pemodelan matematika adalah proses non-linier yang mencakup lima langkah yang saling terkait: (i) Mengidentifikasi dan menyederhanakan situasi masalah dunia nyata, (ii) membangun model matematika, (iii) mengubah dan menyelesaikan model, (iv) menafsirkan model,

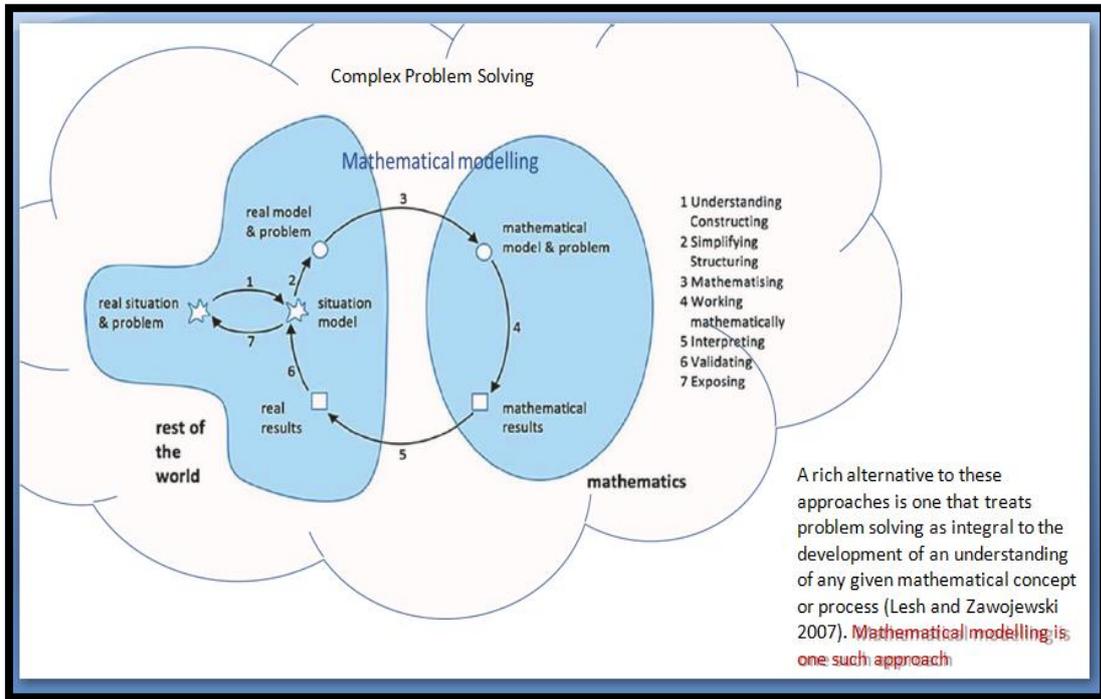
dan (v) memvalidasi dan menggunakan model. Jenis diagram seperti itu dapat membantu pembaca dan guru memahami kemungkinan tahapan yang mungkin dialami siswa selama proses pemodelan.

Pemodelan Matematika dan Pemecahan Masalah

Pemodelan matematika sering dikacaukan dengan masalah kata tradisional. Dari pandangan Reusser dan Stebler (1997), masalah kata tradisional menyebabkan siswa mengembangkan beberapa asumsi didaktik tentang pemecahan masalah. Selain itu, konteks kehidupan nyata dalam masalah ini seringkali tidak cukup realistis dan dengan demikian gagal mendukung kemampuan siswa untuk menggunakan matematika di dunia nyata (English, 2003; Lesh & Doerr, 2003; Niss et al., 2007). Saat mengerjakan masalah seperti itu, siswa sering hanya fokus pada mencari tahu operasi yang diperlukan (misalnya, Greer, 1997; Nunes, Schliemann & Carraher, 1993). Beberapa studi berfokus pada reorganisasi masalah kata untuk memungkinkan siswa memperoleh kompetensi dalam berpikir tentang konteks kehidupan nyata sambil memecahkannya (Greer 1997; Verschaffel & De Corte, 1997; Verschaffel, De Corte, & Borghart, 1997; Verschaffel et al., 2002). Versi masalah kata seperti itu dapat digunakan sebagai latihan pemanasan dalam persiapan untuk pemodelan (Verschaffel & De Corte, 1997). Sementara Lingefjord (2002b) berpendapat bahwa tidak masuk akal untuk membandingkan pemecahan masalah dan pemodelan, persamaan dan perbedaan di antara mereka dapat berguna.



Gambar 1. Complex Problem Solving



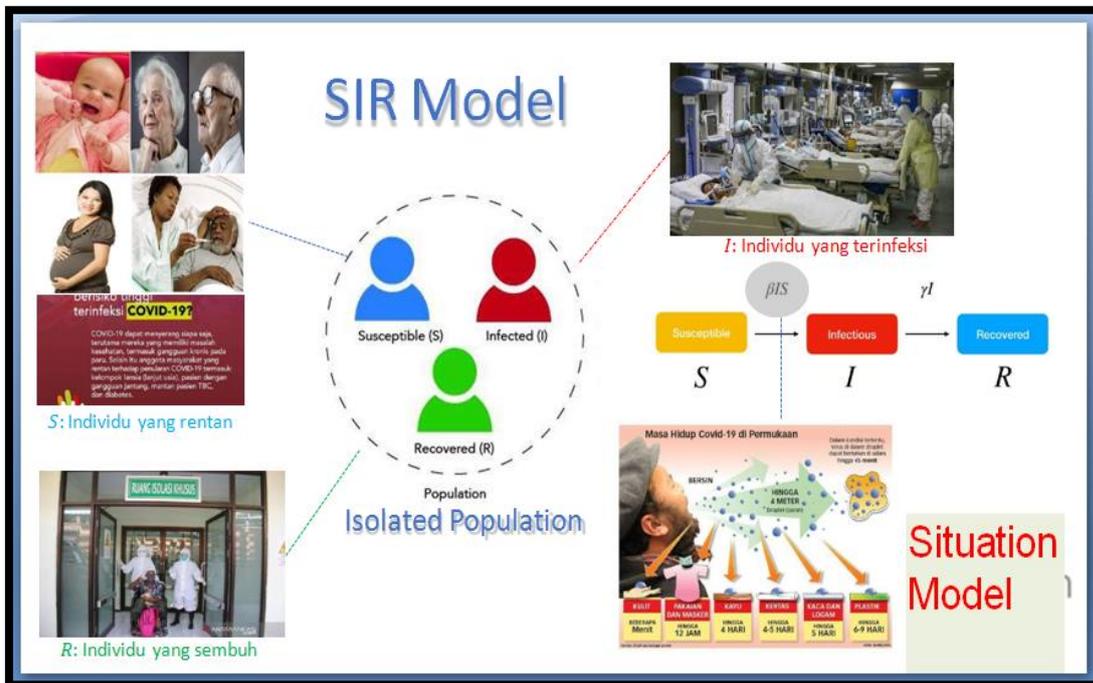
Gambar 2. Mathematical Modelling

Contoh Pemodelan Matematika Pada Kasus COVID-19

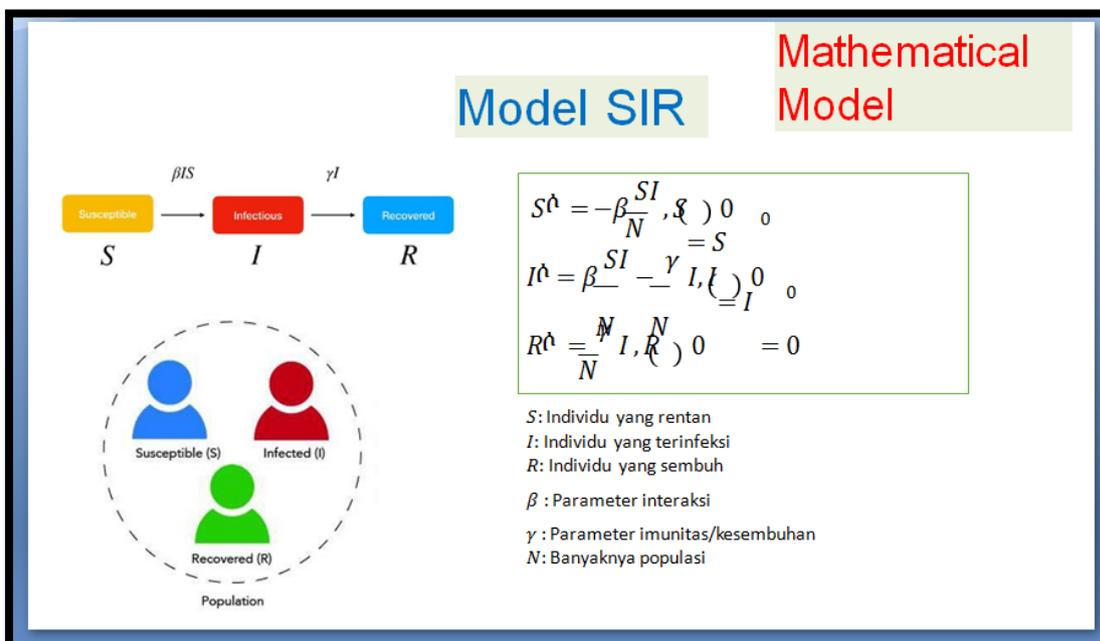
Data kasus pandemic COVID-19 dapat menjadi contoh permasalahan yang kompleks dalam pemodelan matematika. Melalui pemodelan matematika ini, data kasus COVID-19 dapat digunakan untuk kepentingan internasional.



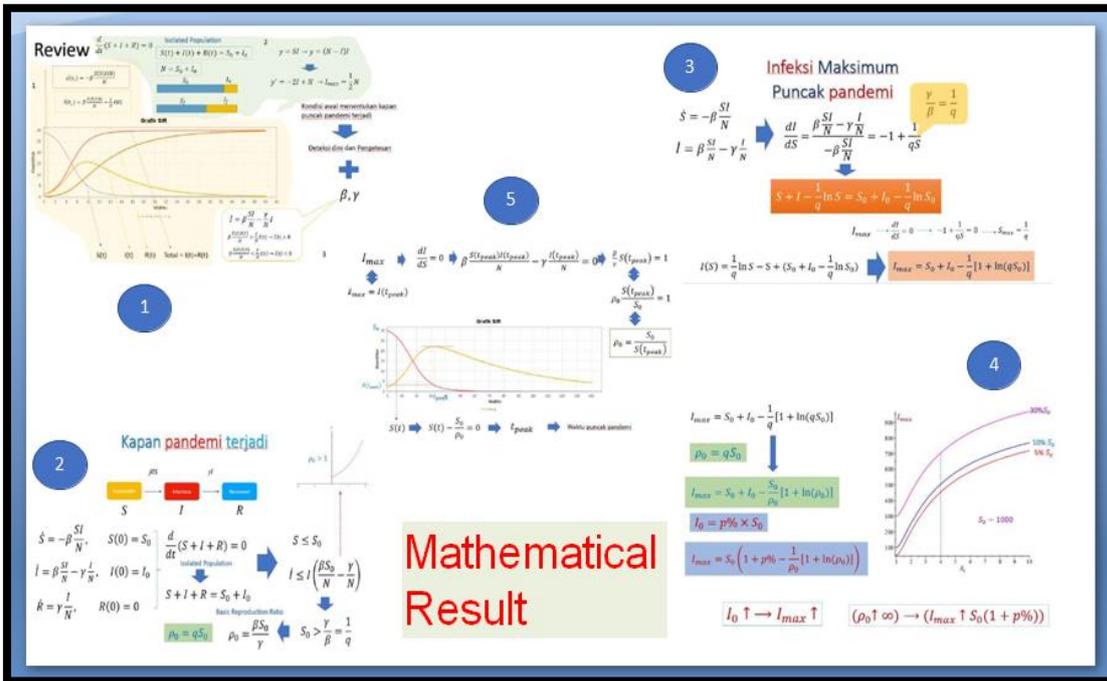
Gambar 3. COVID-19 Real Situation



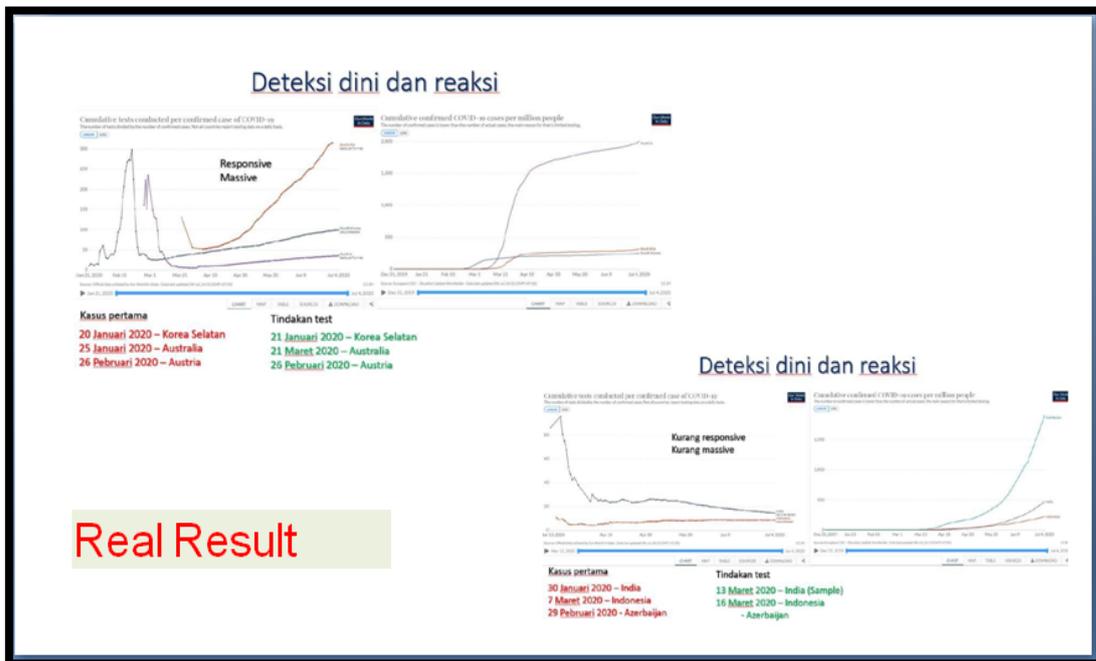
Gambar 4. SIR Model



Gambar 5. Model SIR dalam Mathematical Model



Gambar 6. Hasil Pemodelan Matematika (SIR)



Gambar 7. Hasil Nyata Kasus COVID-19 (Mathematical Model)

PEMBAHASAN DAN SIMPULAN

Problem solving merupakan salah satu ketrampilan penting di abad 21. Complex Problem Solving adalah problem solving pada system yang lebih kompleks. Salah satu pendekatan problem solving dengan pemodelan matematika (mathematical modelling).

Dalam beberapa tahun terakhir, menggunakan pemodelan dalam pendidikan matematika semakin ditekankan (NCTM, 1989, 2000; TTKB, 2011, 2013). Berbagai perspektif berbeda telah diusulkan untuk konseptualisasi dan penggunaan pemodelan (Kaiser & Sriraman, 2006). Perspektif ini dapat dikelompokkan menjadi dua kategori utama: (i) pemodelan sebagai alat untuk mengajar matematika dan (ii) pemodelan sebagai tujuan pengajaran matematika (Blum & Niss, 1991; Galbraith, 2012). Dalam perspektif pertama, siswa dibekali dengan model yang telah ditentukan sebelumnya dan diharapkan dapat menerapkan model tersebut pada situasi kehidupan nyata. Tujuan utamanya adalah untuk meningkatkan kompetensi pemodelan siswa (Haines & Crouch, 2001, 2007; Izard et al., 2003; Lingefjord, 2002b). Dalam perspektif kedua, asumsi yang mendasari adalah bahwa siswa dapat mempelajari konsep matematika dasar secara bermakna melalui proses pemodelan di mana mereka membutuhkan dan secara intuitif menemukan konsep matematika sambil menangani situasi pemecahan masalah kehidupan nyata (Lesh & Doerr, 2003a). Singkatnya, pendekatan kedua (yaitu, pemodelan sebagai alat untuk mengajar matematika) tampaknya lebih dikembangkan untuk tujuan pedagogis. Namun, pendekatan apa pun yang disukai dan digunakan, mengintegrasikan pemodelan ke dalam pendidikan matematika penting untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah dan berpikir analitis siswa. Namun, beberapa penelitian telah dilakukan di Turki tentang penggunaan pemodelan dalam pendidikan matematika. Selain itu, ada sumber daya yang tidak mencukupi (misalnya, tugas pemodelan) untuk guru yang ingin mengintegrasikan pemodelan ke dalam pengajaran mereka. Dengan demikian, diperlukan lebih banyak penelitian tentang penggunaan pemodelan untuk berbagai tingkat pendidikan. Hal ini dapat memungkinkan produksi sumber daya yang dapat digunakan dalam program pendidikan guru pra-jabatan dan dalam jabatan. Sumber termasuk contoh yang baik dari tugas pemodelan dibutuhkan untuk guru.

DAFTAR PUSTAKA

Ärlebäck, J. B. (2009). On the use of realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in school. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 6(3), 331-364.

- Ärleback, J. B., & Bergsten, C. (2010). On the use of realistic Fermi problems in introducing mathematical modelling in upper secondary mathematics. In R. Lesh, P. L. Galbraith, W. Blum, & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies*, ICTMA 13(pp. 597-609). New York, NY: Springer.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies? In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI study* (pp. 45-56). New York, NY: Springer.
- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education-Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1-2), 49-171.
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, application, and links to other subjects-state, trends, and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM –The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 86-95.
- Carlson, M., Larsen, S., & Lesh, R. (2003). Integrating models and modeling perspective with existing research and practice. In R. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspective* (pp. 465-478). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobb, P. (2002). Modeling, symbolizing, and tool use in statistical data analysis. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers, & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 171-196). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Crouch, R., & Haines, C. (2004). Mathematical modelling: transitions between the real world and mathematical model. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(2), 197-206.
- Delice, A., & Kertil, M. (2014). Investigating the representational fluency of pre-service mathematics teachers in a modeling process. *International Journal of Science and Mathematics Education*. doi: 10.1007/s10763-013-9466-0.
- Doerr, H., & Lesh, R. (2011). Models and modelling perspectives on teaching and learning mathematics in the twenty-first century. In G. Kaiser, W. Blum, R. BorromeoFerri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modeling: ICTMA 14* (pp. 247–268). Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Doorman, L. M., & Gravemeijer, K. (2009). Emerging modeling: Discrete graphs to support the understanding of change and velocity. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 302-310.
- Freudental, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Galbraith, P. (2012). Models of modelling: genres, purposes or perspectives. *Journal of Mathematical Modeling and Application*, 1(5), 3-16.
- Gravemeijer, K. (2002). Preamble: From models to modeling. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers, & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool*

- use in mathematics education (pp. 7-22). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 293-307.
- Gravemeijer, K., & Stephan, M. (2002). Emergent models as an instructional design heuristic. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers, & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 145-169). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Haines, C., & Crouch, R. (2001). Recognizing constructs within mathematical modelling. *Teaching Mathematics and its Applications*, 20(3), 129-138.
- Haines, C., & Crouch, R. (2007). Mathematical modeling and applications: Ability and competence frameworks. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 417-424). New York, NY: Springer.
- Haines, C., Crouch, R., & Davis, J. (2000). *Mathematical modelling skills: A research instrument* (Technical Report No. 55). Hatfield, UK: University of Hertfordshire, Department of Mathematics.
- Henning, H., & Keune, M. (2007). Levels of modeling competencies. In W. Blum, P. L. Galbraith, H-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study* (pp. 225-232). New York: Springer.
- Izard, J., Haines, C., Crouch, R., Houston, K., & Neill, N. (2003). Assessing the impact of teachings mathematical modeling: Some implications. In S. J. Lamon, W. A. Parker, & S. K. Houston (Eds.), *Mathematical modelling: A way of life ICTMA 11* (pp. 165-177). Chichester, UK: Horwood Publishing.
- Julie, C., & Mudaly, V. (2007). Mathematical modelling of social issues in school mathematics in South Africa. In W. Blum, P. Galbraith, M. Niss, & H.-W. Henn (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 503-510). New York, NY: Springer.
- Kaiser, G. (2006). Introduction to the working group "Applications and Modelling". In M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4)* (pp. 1613-1622). Sant Feliu de Guíxols, Spain: FUNDEMI IQS, Universitat Ramon Llull.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 302-310.
- Kaiser, G., Blomhøj, M., & Sriraman, B. (2006). Towards a didactical theory for mathematical modelling. *ZDM– The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 82-85.
- Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R., & Stillman, G. (2011). Preface. In G. Kaiser, W. Blum, R. BorromeoFerri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA14* (pp. 1-5). Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Setiawan, W. (2017). *Era Digital dan Tantangannya*. Seminar Nasional Pendidikan Universitas Pendidikan Indonesia 2017. Tersedia <https://core.ac.uk/download/pdf/87779963.pdf>